TEXTO DE REVISÃO de Movimento Harmônico Simples - MHS

Caro aluno (a) :

No livro texto (Halliday) o cap.16 Oscilações introduz alguns conceitos muito importantes, que serão retomados ao longo dos capítulos 17 e 18 (ondulatória). É fundamental que o aluno consiga compreender os enunciados que envolvam códigos e símbolos físicos. Assim, como se expressar corretamente utilizando a linguagem física e os seus símbolos de forma adequada.

Este texto de revisão é um texto introdutório, talvez a melhor forma de abordá-lo seja sugerir que ele seja lido individualmente e, depois verificar a compreensão do conteúdo fazendo uma auto-avaliação através dos testes e exercícios propostos.

Fazer esta revisão é uma atitude prudente e sensata, mas de modo especial esta revisão deve ser feita por aqueles que sentem dificuldade de base neste tema.   Boa Sorte!

Ondulatória e Movimento Harmônico Simples (MHS)

1 - Movimento Harmônico Simples (MHS):

Todo movimento harmônico simples (MHS) é periódico e oscilatório. O termo harmônico provém do fato de que suas funções horárias são senoidais que na Trigonometria são denominadas funções harmônicas. (No movimento harmônico temos também as funções horárias co-senoidais).

1.1 - Movimento Periódico:

Todo movimento onde uma mesma situação se repete em intervalos de tempo iguais.

No movimento periódico, definem-se:

a) Período (T): o menor intervalo de tempo para a repetição do fenômeno.

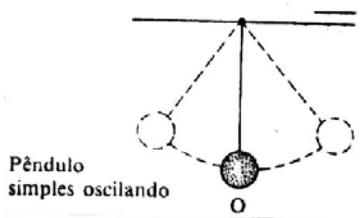
b) Freqüência (f): o número de vezes que a mesma situação é repetida por unidade de tempo.

Sabe-se que: $f \cdot T = 1$ $T = 1/f$ ou $f = 1/T$

1.2 - Movimento Oscilatório (ou Vibratório):

Todo movimento de vaivém realizado simetricamente em torno de um ponto de equilíbrio.

O ponto de equilíbrio (0) corresponde ao ponto de oscilação ou vibração nula. Um pêndulo simples oscilando ou uma barra rígido vibrando, como nas figuras seguintes representam esse movimento.



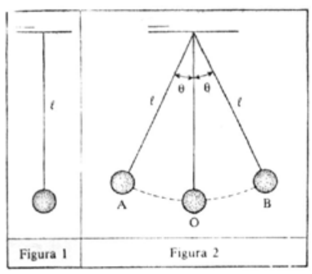
Através do pêndulo simples, estudam-se alguns conceitos básicos para o entendimento do MHS.

1.3 - Pêndulo Simples:

Dispositivo constituído por uma partícula pesada, suspensa por um fio ideal de comprimento **L** (fig 1).

Num determinado local, desprezadas as forças dissipativas (como a resistência do ar), o corpo pendular, quando devidamente movimentado, oscila simetricamente em torno da posição 0 de equilíbrio, tendo como extremos os pontos A e B (figura 2).

O movimento pendular é periódico. O ângulo θ é denominado **amplitude** do pêndulo. Esse ângulo é formado pelo alongamento máximo do fio com a vertical que passa pelo ponto de suspensão. Para pequenas amplitudes ($\theta \cong 50$), o período de oscilação é expresso por:



ATENÇÃO: O período de um pêndulo simples:

$$\mathbf{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

- só depende do comprimento do fio e da aceleração da gravidade local;
- não depende da massa pendular;
- é isócrono, isto é, o período não depende da amplitude.

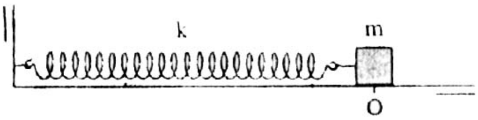
EXEMPLO: Um pêndulo simples, de comprimento 90cm, realiza pequenas oscilações num local onde g = 10m/s^2. Determine o período e a freqüência das oscilações.

Resolução: l = 90cm = 0,9m
g = 10 m/s^2
Aplicando-se fórmula do período do pêndulo simples: T = $\mathbf{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}9}{10}} \Rightarrow T \cong 1{,}88s}$

Como f = $\frac{1}{T} \Rightarrow f \cong \frac{1}{1{,}88} \Rightarrow f \cong 0{,}53Hz$

Exercício de aprendizagem:
Um pêndulo simples oscila num plano vertical com pequena amplitude.
a) Do que depende o tempo decorrido numa oscilação?
b) Se o pêndulo fosse quatro vezes mais comprido, o período seria maior ou menor? Quantas vezes?

2 - Oscilador Harmônico:
Didaticamente, estuda-se uma partícula realizando um MHS no oscilador harmônico.
Um oscilador harmônico consiste numa partícula de massa **m** presa a uma mola ideal de constante elástica **K**. Na figura, o conjunto está sobre um plano horizontal sem atrito, com a partícula na posição 0 de equilíbrio, isto é, a mola está no seu estado natural.

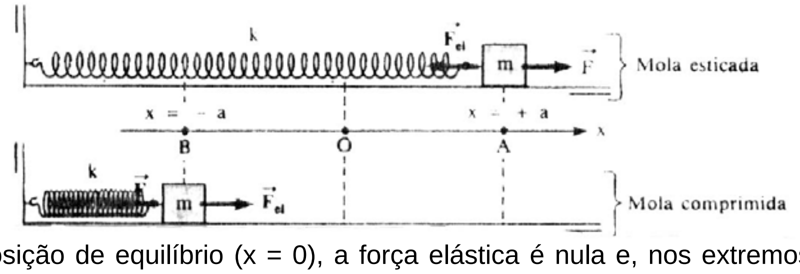


Oscilador harmônico

Aplicando-se uma força externa $\vec{F}$ sobre o corpo, no sentido de esticar ou comprimir a mola, e soltando-o, o mesmo começa a executar um MHS de período T. Supondo-se que não haja forças dissipativas, o valor x do deslocamento efetuado é chamado de amplitude (a) do MHS. A trajetória retilínea do corpo é orientada, e o ponto 0, de equilíbrio, é a sua origem. Portanto, pode-se ter x = +a (ponto A) com a mola esticada e x = -a (ponto B) com a mola comprimida. A força $\vec{F}$ aplicada é, a cada instante, igual em valor absoluto, à força elástica $\vec{F}_{el}$, expressa por:

$$\mathbf{F_{el} = -Kx}$$ **(Lei de Hooke)**

O sinal menos significa que a força elástica é restauradora, ou seja, está sempre orientada para a posição 0 de equilíbrio.



Nota-se que, na posição de equilíbrio (x = 0), a força elástica é nula e, nos extremos A e B, assume o valor máximo em módulo.

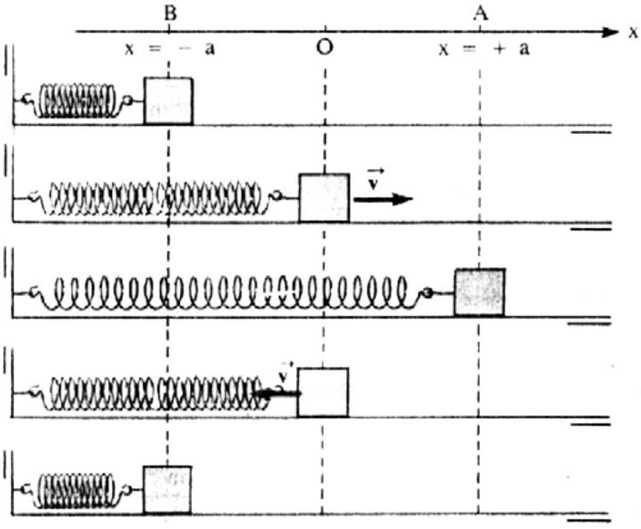
Como $\left|\vec{F}\right| = \left|\vec{F}_{el}\right|$:

F = - F_{el} (F = m . a , da 2ª. lei de Newton)

m . a = -K . x a = $-\frac{k \cdot x}{m}$

Aceleração escalar instantânea de uma partícula em MHS, na posição x.

Sendo T o período do MHS e começando-se a contar o tempo (t = 0) a partir do ponto extremo B, as figuras seguintes representam as posições da partícula a cada um quarto de período, até completá-lo.



$\left\{ t = \frac{T}{4} \right. \Rightarrow$ x = 0 (v > 0)

$\left\{ t = \frac{T}{2} \right. \Rightarrow$ x = a (v = 0)

$\left\{ t = \frac{3T}{4} \right. \Rightarrow$ x = 0 (v < 0)

{t = T ⇒ x = -a (v = 0)

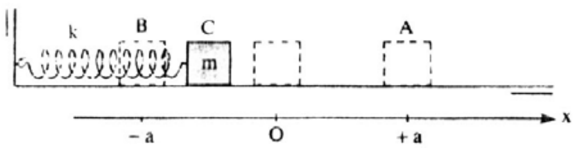
a partícula está mudando de sentido e, na posição de

3 - Energia Mecânica:
Dado um sistema mola partícula, pela Conservação da Energia, sabe que a energia mecânica total é a soma das energias cinética (E_c) e potencial (E_{pel}), ou seja:
$E = E_c + E_{pel}$

onde : $E_c = \frac{mv^2}{2}$ - é a expressão da energia cinética, que está relacionada a corpos em movimento;

$E_{pel} = \frac{K \cdot x^2}{2}$ - é a expressão da energia potencial elástica, que está relacionada à posição de um corpo.

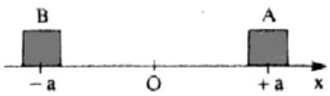
A seguir ilustramos uma partícula de massa m presa a uma mola de constante elástica K, realizando um MHS, de amplitude a, com extremos A e B. O ponto C é um ponto intermediário qualquer.



Quando a partícula estiver:

a) num dos pontos extremos A ou B: x = ± a e v = 0

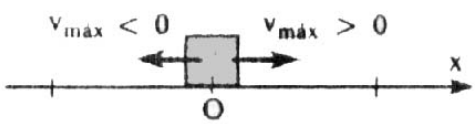
Então: $\begin{cases} E_c = 0 \\ E_{pel} = \frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{k(\pm a)^2}{2} = \frac{k \cdot a^2}{2} \end{cases}$



Portanto: E = 0 + $\frac{k \cdot a^2}{2} \Rightarrow E \frac{k \cdot a^2}{2}$ Quanto maior é a energia mecânica total cedida ao sistema, maior é a amplitude do MHS.

b) no ponto 0 de equilíbrio: x = 0 e v = ± $V_{máx}$

Então: $\begin{cases} \mathbf{E_c = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{m(\pm V_{max})^2}{2} = \frac{m \cdot V_{max}^2}{2}} \\ \mathbf{E_{pel} = 0} \end{cases}$

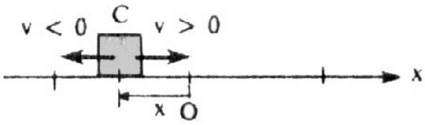


Portanto: E = $\frac{m \cdot V_{max}^2}{2}$ + 0 ⇒ E = $\frac{m \cdot V_{max}^2}{2}$

Quanto maior é a energia total cedida ao sistema, maior é a velocidade máxima.

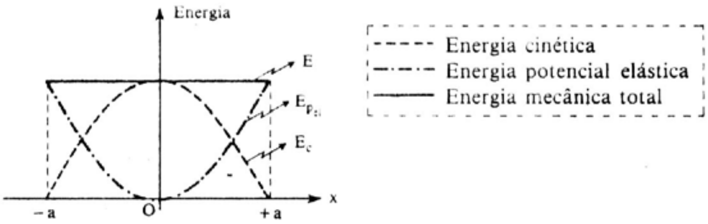
c) num ponto C qualquer:

Então: $\begin{cases} E_c = \dfrac{m \cdot v^2}{2} \\ E_{pel} = \dfrac{k \cdot x^2}{2} \end{cases}$

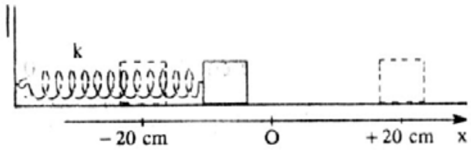


Portanto: E = $\dfrac{m \cdot v^2}{2}$ + $\dfrac{k \cdot x^2}{2}$

Expressão geral da energia mecânica total do sistema.
Dessa maneira, o diagrama das energias em função da abscissa x, fica assim:



Aplicação:
A figura ilustra uma partícula de massa m = 0,5kg, oscilando em torno da posição 0, com MHS. Desprezando as forças dissipativas e sendo k = 200 N/m a constante elástica da mola, determine:



a) a energia mecânica total do sistema;
b) a velocidade da partícula, ao passar pela posição de equilíbrio;
c) a velocidade da partícula, no instante em que ela passa pela posição x = + 10cm.

Resolução: m = 0,5kg k = 200 N/m

a) Pela figura, a amplitude do MHS vale: a = 20cm = 0,2m.
A energia mecânica total, quando a partícula estiver nos extremos, é expressa por:

E = $\dfrac{k \cdot a^2}{2} \Rightarrow E = \dfrac{200(0,2)^2}{2} \Rightarrow$ E = 4J

b) A energia mecânica total do sistema, quando a partícula estiver passando pelo ponto 0 de equilíbrio, é expressa por:

E = $\dfrac{m \cdot V_{max}^2}{2}$ Logo: 4 = $\dfrac{0,5 \cdot V_{max}^2}{2} \Rightarrow V_{máx} = \pm$ 4m/s

O sinal mais significa que a partícula está-se movendo no sentido da orientação do eixo x e o sinal menos, o contrário.

c) Pela expressão geral da energia mecânica total do sistema, tem-se:

E = $\dfrac{m \cdot v^2}{2} + \dfrac{k \cdot x^2}{2}$, onde x = 10cm = 0,1m

4 = $\dfrac{0,5 \cdot V^2}{2} + \dfrac{200(0,1)^2}{2} \Rightarrow v^2 = 12 \Rightarrow v \cong \pm$ 3,46 m/s

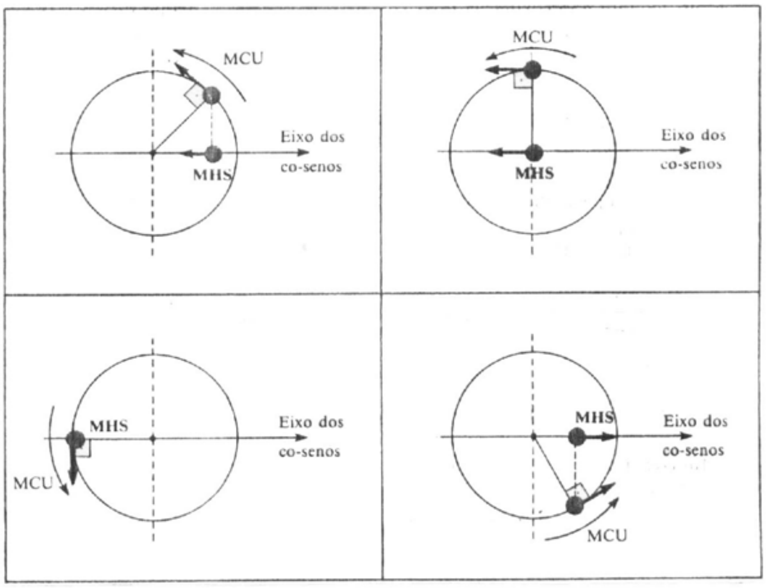
Exercício de aprendizagem:
Uma partícula oscila em MHS, presa à extremidade de uma mola cuja constante elástica vale 5,0 N/m. A amplitude do movimento é de 10 cm. Determine:

a) a energia mecânica da partícula;
b) a energia potencial e cinética quando a partícula passar pela posição dada pela elongação x = 2,0 cm. a) $2{,}5 \cdot 10^{-2}$ J b) $E_P = 1{,}0 \cdot 10^{-3}$ J $E_c = 2{,}4 \cdot 10^{-2}$ J

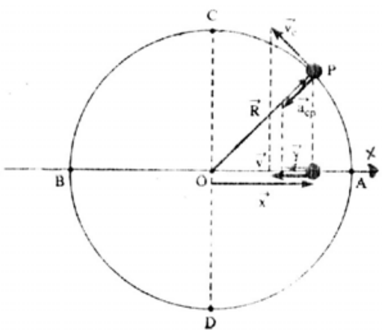
4 - Relação com MCU:

O movimento harmônico simples (MHS) está relacionado com o movimento circular uniforme (MCU) da seguinte forma:

"Enquanto uma partícula efetua um MCU no sentido anti-horário de uma circunferência de raio R, confundida com o círculo trigonométrico, a sua projeção perpendicular no eixo dos co-senos executa um MHS simultâneo."



Na figura seguinte, observe-se que, num determinado instante t, estando a partícula num posto P da trajetória circular, as projeções ortogonais do vetor raio $\vec{R}$, vetor velocidade $\vec{v}_c$ e vetor aceleração centrípeta $\vec{a}_{cp}$ do MCU correspondem, nesse mesmo instante, respectivamente, à posição $\vec{x}$, velocidade $\vec{v}$, e aceleração $\vec{\gamma}$ da partícula projetada, que efetua um MHS no eixo dos co-senos (que coincide com o eixo x).



Assim, quando a partícula, em MCU, estiver passando pelos pontos A e B os vetores raio $\vec{R}$ e aceleração centrípeta $\vec{a}_{cp}$ estarão projetados em verdadeira grandeza (tamanho real) e o vetor $\vec{v}_c$ será um ponto.

Daí, conclui-se que:

$$\left.\begin{array}{l} R = X_{max} = a \\ a_{cp} = \gamma_{máx} \\ v = 0 \end{array}\right\} \text{extremos MHS}$$

Mas quando a partícula, em MCU, estiver passando pelos pontos C e D, o vetor $\vec{v}_c$ é que estará projetado em verdadeira grandeza, enquanto os vetores $\vec{R}$ e $\vec{a}_{cp}$ ter'~ao projeções nulas. Portanto:

$$\left.\begin{array}{l} v_c = v = v_{máx} \\ x = 0 \\ \gamma = 0 \end{array}\right\} \text{posição de equilíbrio do MHS}$$

11.5 - Funções Horárias:

As funções horárias dos alongamentos x = f (t), da velocidades v = f (t) e das acelerações γ = f (t) do MHS serão mostradas a seguir, de acordo com os conceitos do segmento anterior e mais a teoria do MCU, cujas principais expressões são:

$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ (velocidade angular)

$a_{cp} = \omega^2 . R$ (aceleração centrípeta)

$\varphi = \varphi_0 + \omega . t$ (função horária do espaço angular)

$v_c = \omega . R$ (velocidade linear)

Sendo P a partícula em MCU, a sua projeção ortongonal P', no eixo x, estará em MHS. Num instante t qualquer, tem-se:

a) FUNÇÃO HORÁRIA DO ALONGAMENTO (OU POSIÇÃO OU ELONGAÇÃO)

No triângulo sombreado:

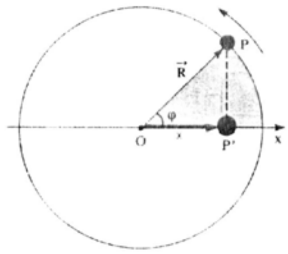
cos $\varphi = \dfrac{x}{r}$

ou

x = r cos φ; e como R = a

$\varphi = \varphi_0 + \omega t$ x(t) = a cos ($\omega t + \varphi_0$)

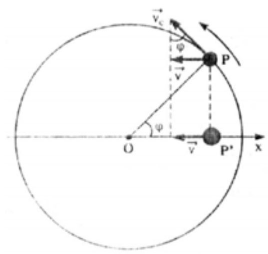
x = f (t) do MHS



b) **FUNÇÃO HORÁRIA DA VELOCIDADE:**

No triângulo sombreado:

sen $\varphi = \dfrac{-v}{v_c}$; sinal de v é negativo, pois na figura o movimento do corpo é retrógado.



Assim: $v = -v_c$ sen φ; como $v_c = \omega R$, tem-se:

v = -ωR sen φ, onde R = a

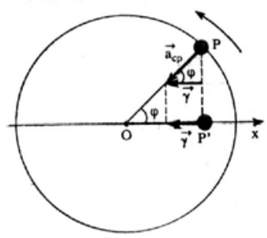
$\varphi = \varphi_0 + \omega t$ ou

v = -ω . a . sem ($\omega t + \varphi_0$) v = f (t) do MHS

c) **FUNÇÃO HORÁRIA DA ACELERAÇÃO:**

No triângulo sombreado:

cos $\varphi = \dfrac{-\gamma}{a_{cp}}$; o sinal de γ é negativo, pois na figura o valor algébrico da velocidade está diminuindo.



Então:

$\gamma = -a_{cp}$. cos φ; como $a_{cp} = \omega^2 R$ obtém-se: $\gamma = -\omega^2 R \cos \varphi$, onde R = a

$\varphi = \varphi_0 + \omega t$

Logo:

$\gamma = -\omega^2 . a . \cos(\omega t + \varphi_0)$ ou $\gamma = -\omega^2 . x \rightarrow$ pois x = a . cos ($\omega t + \varphi_0$) γ = f (t) do MHS

OBS: No MHS, as grandezas do MCU têm outras, apesar de conservarem as mesmas unidades. Assim:

φ_0 {no MCU é o ângulo inicial}   unidade: rad (radiano)
{no MHS é a **fase inicial** }

$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ {no MCU é a velocidade angular}   unidade: rad/s {no MHS é a **pulsação**}

Aplicação: Uma partícula realiza um MHS de função x = 10 . cos $\left(\dfrac{\pi}{4}\cdot t+\dfrac{\pi}{2}\right)$ unidade CGS.

Determine: a) a amplitude, a pulsação e a fase inicial; b) o período e a freqüência do movimento.

Resolução:

a) Para se determinar as grandezas pedidas, basta comparar a função numéricas dada com a função genérica.

Função numérica: x =10 cos $\left(\dfrac{\pi}{4}\cdot t+\dfrac{\pi}{2}\right)$

x = a cos (ω . t + φ_0)

Assim: a = 10cm $\omega = \dfrac{\pi}{4}$ rad/s $\varphi_0 = \dfrac{\pi}{2}$ rad

b) Como $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$:   T = $\dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{\frac{\pi}{4}} \Rightarrow$ T = 8s;   e f = $\dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{8} \Rightarrow$ f = 0,125 Hz

Exercício de aprendizagem:

Uma partícula realiza um MHS de função x = 10 cos $\left(\dfrac{\pi}{2}\cdot t+\pi\right)$, no sistema CGS. Determinar:

a) a amplitude, a pulsação e a fase inicial
b) o período e a freqüência do movimento.

R: a) a = 10 cm $\omega = \pi/2$ nd/s $\varphi = \pi$ rad   b) T = 4s   f = 0,25 Hz

11.6 - Período (T) e Constante Elástica (k):

O período de um MHS é o menor tempo necessário para a partícula completar um ciclo (uma volta). Como no movimento do pêndulo simples, o período do MHS não depende da amplitude a; depende apenas da massa da partícula e da constante elástica (K) da mola.

As duas expressões da aceleração instantânea do MHS, são:

$\gamma = -\dfrac{k.x}{m}$ (I)   e $\gamma = -\omega^2 . x$ (II)

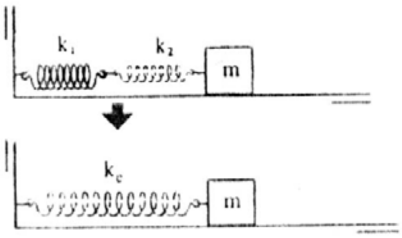
Igualando-se (I) e (II), tem-se: $\dfrac{k.x}{m} = \omega^2 . x$ $k = m . \omega^2$ constante elástica

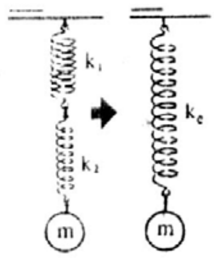
E ainda: $\dfrac{k}{m} = \omega^2 \Rightarrow \omega\sqrt{\dfrac{k}{m}}$ (em módulo) $\dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ (período)

Obs.: Às vezes um corpo pode executar um MHS associado a duas (ou mais) molas. Sendo k_1 e k_2, as constantes elásticas das molas, estas podem estar associadas em série ou em paralelo.

a) Associação em série:

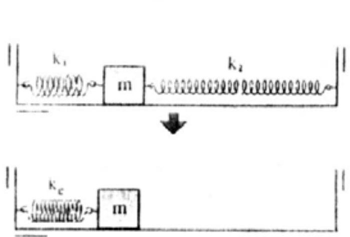


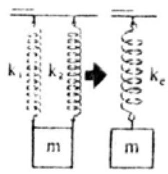


Demonstra-se que a mola equivalente, neste caso, tem constante elástica k_e expressa por:

$$\frac{1}{k_e} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

b) Associação em paralelo:





Demonstra-se que a mola equivalente, neste caso, tem constante elástica k_e expressa por:

$$k_e = k_1 + k_2$$

Qualquer que seja o tipo de associação, o período de oscilação do MHS é dado por:

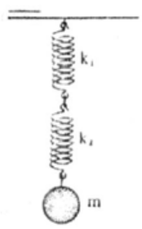
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_e}}$$

Aplicação: Determine o período de oscilação de um corpo de massa 200g preso a uma mola de constante elástica 320 N/m, cujo MHS tem amplitude 20cm. Caso a amplitude se reduza à metade, o que ocorre com o período?

Aplicando-se a fórmula do período do MHS: $\mathbf{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$

$$\mathbf{T = 2\pi\sqrt{\frac{0,2}{320}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{1600}} = \frac{2\pi}{40} \Rightarrow T = \frac{\pi}{20}s}$$

Mesmo que a amplitude se altere, nada ocorre com o período, pois ele não depende da amplitude.



Aplicação 2: As constantes elásticas das molas 1 e 2 ligadas conforme a figura valem, respectivamente, 20 N/m e 80 N/m. A massa do corpo suspenso na extremidade da mola 2 vale 1Kg. Calcule:

a) a constante ao sistema da mola equivalente ao sistema;
b) o período das oscilações realizadas pelo sistema;
c) o alongamento total do sistema devido ao peso do corpo. Admita g = 10 m/s^2.

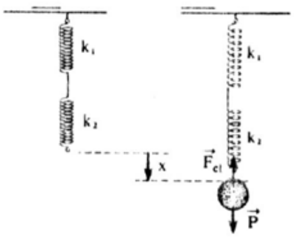
Resolução: k_1 = 20N/m
k_2 = 80N/m
m = 1Kg

a) Como as molas estão associadas em série:

$$\mathbf{\frac{1}{k_e} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow k_e = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2} = \frac{20 \cdot 80}{20 + 80} \Rightarrow ke = \textit{16N/m}}$$

b) Aplicando-se a fórmula do período: $\mathbf{T = \sqrt{\frac{m}{k_e}}}$ $\mathbf{T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{16}} \Rightarrow T = \frac{\pi}{2}s}$

c) sem o corpo com o corpo



Pela Lei de Hooke para as deformações elásticas (em valor absoluto): $F_{el} = k \cdot x$

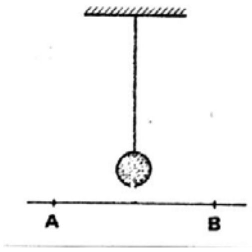
Como no equilíbrio: $F_{el} = P = mg$, vem: $mg = k_e\,x$

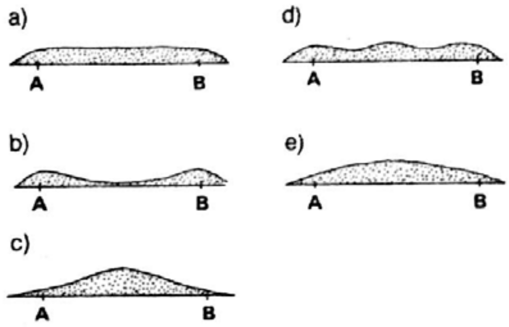
$1 \cdot 10 = 16 \cdot x \quad \Rightarrow \quad x = 0{,}625\text{m} = 62{,}5\text{cm}$

<u>Exercícios de Fixação:</u>

1) (UFMG) Numa região onde a aceleração da gravidade é g, o período t de um pêndulo simples de comprimento L é dado por $T = 2\pi\,(L/g)^{1/2}$. Um pêndulo simples, cuja massa é igual a 200g, gasta 1,5s para se deslocar de um extremo ao outro de sua trajetória. Mantendo-se inalteradas as demais condições, aumenta-se a massa do pêndulo para 400g. Qual o tempo que esse pêndulo gastará para ir de um extremo ao outro de sua trajetória?

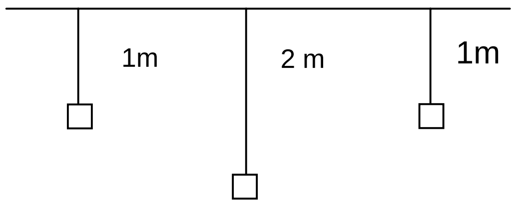
2) (Fusvest-SP) A figura ilustra um pêndulo formado por um fio e por uma esfera oca, cheia de areia, com um orifício em sua extremidade inferior. O pêndulo oscila com amplitude constante e a areia escoa regularmente pelo orifício. Qual das figuras a seguir melhor representa o perfil da areia depositada?





3) Calcular o período de oscilação de um pêndulo simples de comprimento igual a 1,6m, executando pequenas oscilações num local onde $g = 10\text{m/s}^2$. Despreze influências do ar e considere π igual a 3.

4) (Fuvest-SP) Considere três pêndulos, conforme indica a figura:



As massas de A e B são iguais a 1Kg e a massa de C é igual a 2Kg. Quanto os mesmos são postos a oscilar com pequenas amplitudes, podemos afirmar que:

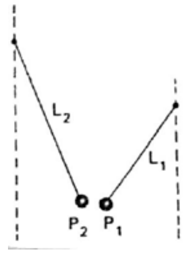
a) os três pêndulos possuem a mesma freqüência.
b) a freqüência do pêndulo B é maior que as dos pêndulos A e C.
c) os pêndulos B e C possuem a mesma freqüência.
d) os pêndulos A e C possuem a mesma freqüência.
e) a freqüência do pêndulo C é maior que as freqüências dos pêndulos A e B.

5) Na Terra, certo pêndulo simples executa oscilações com período de 1s.

a) Qual o período desse pêndulo se posto a oscilar na Lua, onde a aceleração da gravidade é 6 vezes menor?

b) Que aconteceria com o período desse pêndulo, à medida que fosse removido para uma região livre de ações gravitacionais.

6) (ITA-SP) Dois pêndulos simples, P_1 e P_2, de comprimentos L_1 e L_2, estão indicados na figura. Determine L_2 em função de L_1 para que a situação indicada se repita a cada 5 oscilações completas de P_1 e 3 oscilações completas de P_2.

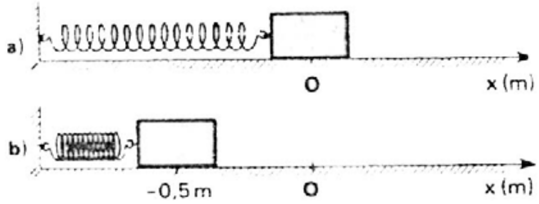


7) (Unicamp-SP) Um pêndulo simples, que executa um movimento harmônico simples num ambiente escuro, é iluminado por um holofote estroboscópico.

a) Sendo 1 = 0,4m o comprimento do pêndulo, calcule a freqüência de suas oscilações.

b) Qual deve ser a freqüência máxima do estroboscópico para que esse pêndulo pareça estar parado na posição vertical? ($g = 10m/s^2$)

8) Um bloco de massa 4Kg encontra-se em repouso apoiado num plano horizontal sem atrito, preso a uma mola ideal de constante elástica 400N/m (figura a). Afastando o bloco 0,5m de sua posição inicial e abandonando-o, ele oscila em movimento harmônico simples (figura b).



Determine:

a) o período do movimento do bloco.

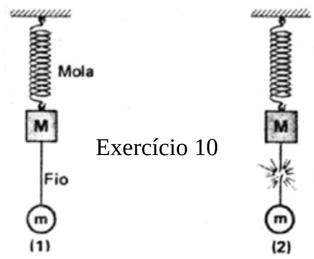
b) a energia mecânica do sistema massa-mola.

9) (PUC-SP) Num local em que a aceleração da gravidade é de $10m/s^2$ tem-se uma mola vertical e leve, com um extremo fixo. No extremo livre é colocada uma massa de 100 gramas, que, no equilíbrio, alonga a mola em 5cm. Da posição de equilíbrio, a massa é puxada para baixo 2cm e abandonada a oscilar livremente.

a) Qual a amplitude das oscilações do sistema?

b) Se a massa for deslocada 4cm (em vez de 2 cm) da posição de equilíbrio, o que acontecerá com o período de oscilações?

10) O sistema apresentado na figura (1) oscila com freqüência f_1, verticalmente: Se o fio for cortado como mostra a figura (2), o corpo de massa M passará a oscilar verticalmente com freqüência f_2, igual, maior ou menor que f_1?



Exercício 10

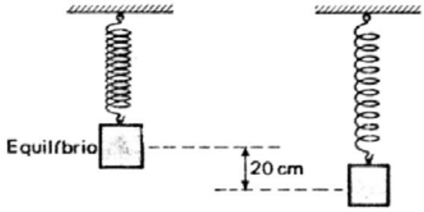
11) Um bloco suspenso por uma mola oscila verticalmente sob a ação da gravidade terrestre. Se esse sistema for transportado para a superfície da Lua, onde o módulo do campo gravitacional é cerca de 1/6 do terrestre o que ocorrerá com o período das oscilações verticais desse sistema?

12) Deixa-se o quilograma-padrão oscilar livremente na extremidade de uma mola ideal, sendo que ele o faz com freqüência igual a 1,0Hz. Em seguida, retira-se o quilograma-padrão e coloca-se, em seu lugar, um corpo de massa desconhecida m, que oscila com freqüência igual a 0,50Hz. Determine a massa m.

13) A figura mostra um bloco com massa de 4 Kg, preso na extremidade de uma mola ideal. Puxando o bloco 20cm para baixo da posição de equilíbrio e abandonando-o em seguida, ele oscila com freqüência de 5Hz.
Despreze influências do ar e considere $g = 10m/s^2$ e $\pi = 10$. Analise as afirmações a seguir:
A amplitude do movimento oscilatório do bloco é 20cm.

I- O período do movimento oscilatório é 0,2s.
II- A força resultante sobre o bloco na posição de equilíbrio vale zero.
III- A força elástica sobre o bloco na posição de equilíbrio vale 40N.
IV- Nos pontos de inversão, a força resultante sobre o bloco vale 800N.

São corretas:
a) todas as afirmações .
b) apenas I e III
c) apenas II, III e IV
d) apenas II, III e V.
e) apenas III, IV e V.

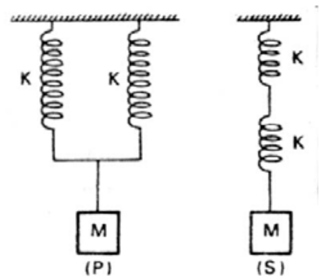


14) Um corpo de massa m, preso a uma mola de constante elástica K, executa um mHS ao longo de um eixo horizontal Ox. As elongações do corpo variam de x = -A até x = A. Determine a elongação quando a energia cinética do bloco iguala-se à energia potencial elástica.

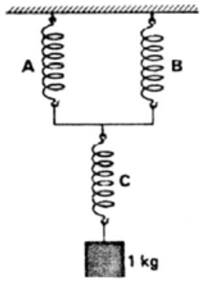
15) Um bloco é preso a uma mola de massa desprezível, executando um MHS. Sabendo que a energia mecânica mantém-se constante no valor 3,6 J e que no ponto de elongação igual a 30cm a energia cinética do bloco vale 2,7 J, determine para esse MHS:
a) a constante de força b) a amplitude.

16) (ITA-SP) Uma partícula de massa m realiza um movimento harmônico simples de amplitude A, em torno de posição de equilíbrio O. Considerando nula a energia potencial para a partícula em 0, calcule a elongação para a qual a energia cinética é igual ao dobro da energia potencial.

17) (UFCE) O período de oscilação de M na situação (P) é T_p e na situação (S) é T_s. Determine T_s/T_p.

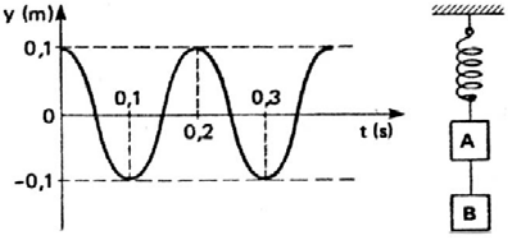


18) Na figura, o corpo de 1Kg de massa oscila na vertical, em MHS: ↑ Dados $K_A = K_B = \pi^2$ N/m e KC = $2\pi^2$ N/m. Calcule o período de oscilação desse corpo.



19) (ITA-SP) Uma partícula move-se no plano (x,y) de acordo com as equações:
$x = v_0t$ $y = A \cos \omega t$ onde $V_0 = 3,0m/s$, $A = 1,00m$ e $\omega = 8,0$ rad/s. Calcule o módulo da velocidade da partícula no instante em que $\omega t = \pi/6$ rad.

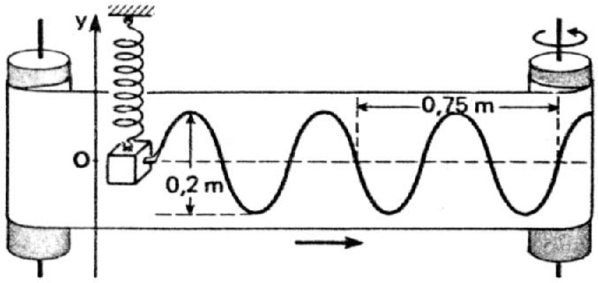
20) (Fuvest-SP) Dois corpos, A e B, ligados por um fio, encontram-se presos à extremidade de uma mola e em repouso. Parte-se o fio que liga os corpos pelo gráfico
($g = 10$ m/s^2):



Sendo de 200g a massa do corpo B determine:

a) a constante elástica da mola;
b) a freqüência de oscilação do corpo A.

21) Um corpo de massa 2Kg oscila verticalmente em MHS, suspenso por uma mola helicoidal ideal. As posições ocupadas pelo corpo são registradas numa fita vertical de papel, por meio de um estilete preso ao corpo. A fita desloca-se horizontalmente com velocidade constante de 0,2 m/s.



Determine:
a) a freqüência e a amplitude do movimento do corpo;
b) a constante elástica da mola adotando $\pi^2 = 10$
c) a equação horária do movimento do corpo, sabendo-se que no instante t = 0 a elongação é nula e o corpo está subindo.

RESPOSTAS:

1) 1,5s
2) b
3) T = 2,4s
4) d
5) a) aproximadamente - b) tenderá ao infinito
6) $L_2 = 25/9\ L_1$
7) a) Aproximadamente 0,8Hz - b) 1,6Hz
8) $0{,}2\pi$ s 50J
9) a) 2cm - b) permanecerá o mesmo
10) aumenta
11) o mesmo
12) 4Kg
13) a
14) $x = \pm A/\sqrt{2}$
15) a) 20N/m - b) 60cm
16) $x = \pm A/\sqrt{3}$
17) 2
18) 2 s
19) 5m/s
20) a) K = 20N/m - b) f = 5Hz
21) A = 0,1m f = 0,4Hz
b) K = 12,8N/m
c) $y = 0{,}1 \cos\left(0{,}8 + \dfrac{3\pi}{2}\right)$