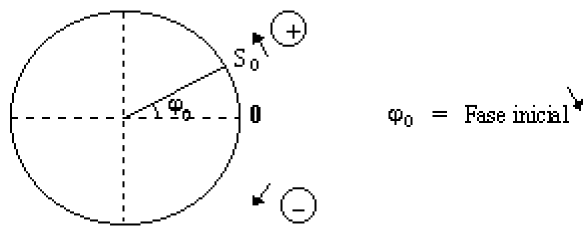
TEXTO DE REVISÃO 15 – Movimento Circular

Caro (a) Aluno (a): Este texto apresenta uma revisão sobre movimento circular uniforme MCU.
Bom estudo e Boa Sorte!

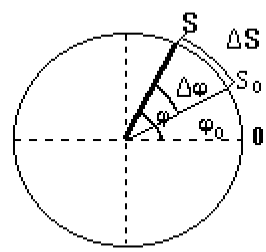
1 - Movimento Circular: Descrição do Movimento Circular (M.C.).

Um importante exemplo de movimento circular é o movimento de um corpo na superfície da Terra, que graças ao movimento de rotação da terra, faz com que tal corpo descreva MC ao redor do centro da Terra.

Considere uma partícula em MC e tomemos como origem da trajetória a indicada na figura. Seja S_0 a posição inicial da partícula e o ângulo φ_0 (em radianos) será chamado ângulo horário inicial ou fase inicial da partícula.



Em um certo instante t a partícula estará ocupando a posição S e o ângulo φ da figura será chamado ângulo horário ou fase da partícula no instante t.



Nesse intervalo de tempo ($\Delta t = t - t_0$) a partícula "varreu" um ângulo $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0$ que chamaremos de deslocamento angular da partícula no intervalo de tempo Δt .

$$\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0 \qquad \text{(deslocamento angular)}$$

Define-se então **velocidade angular média** (ω_m) da partícula como:

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \qquad \text{(velocidade angular média)}$$

<u>EXEMPLO 1</u>: Um móvel descreve M.C. Sabe-se que ele partiu com fase de $\pi / 2$ rad e em 10 s sua fase era $5\pi / 2$ rad. Qual foi sua velocidade angular média?

Solução: $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ rad $\varphi = \frac{5\pi}{2}$ rad $\Delta t = 10$ s	$\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0 = \frac{5\pi}{2} = \frac{\pi}{2} = \frac{4\pi}{2} = 2\pi$ rad $\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$ $\boxed{\omega_m = \frac{\pi}{5} \text{ rad/s}}$

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM:

1) Um ciclista está girando numa pista circular, dando uma volta em cada 12 s . Calcule sua velocidade angular em rad/s .

Resp. 1) a) $20\sqrt{2}$ s b) 4 000 m c) 16 000 m

2 - Movimento Circular Uniforme (MCU) : De modo análogo que fazemos para a velocidade escalar instantânea , definimos também velocidade angular instantânea (ω) :

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad \text{(velocidade angular instantânea)}$$

Em um MCU dá-se o nome de período (T) ao tempo gasto pela partícula para realizar uma volta completa.

Imagine uma partícula em M.C. Digamos que ela tenha dado 10 voltas em 5 segundos. Quantas voltas ela terá dado em 1s? A resposta é 2 voltas. Dizemos então que a freqüência do movimento da partícula é 2 voltas/s . Logo:

Freqüência é o número de voltas que a partícula realiza por unidade de tempo.

A unidade mais comum de frequência é voltas / s que também é conhecida como rps (rotações por segundo) ou também **Hertz (Hz)**

voltas/s = rps = Hz

Obs.: Existe uma relação muito simples entre f e T :

número de voltas		Tempo
1	———	T
f	———	1

$$\boxed{f = \frac{1}{T}}$$

Sabemos que $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

mas 1/T = f ⇒ $\omega = 2\pi f$

E lembrando que $S = \varphi R$ (definição de radiano) temos que:

$S = \varphi R$

$\underline{S_0 = \varphi_0 R}$

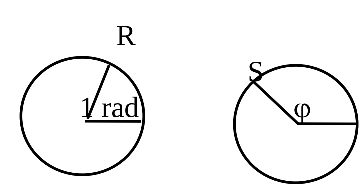
$S - S_0 = (\varphi - \varphi_0) R \Rightarrow \Delta S = \Delta\varphi \, . \, R$

mas $V = \dfrac{\Delta S}{\Delta t} = \dfrac{\varphi_0 \, . \, R}{\Delta t} = \omega R$ ou seja $V = \omega R$

R

Definição de 1 rad

Dá-se o nome de 1rad ao arco cujo comprimento é igual ao raio.



1 rad = R

S rad = S ⇒ S = φ .

A relação acima é válida não só para MCU, mas também para qualquer movimento circular.

Resumindo todas as relações teremos:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega \, . \, t$$

$$f = 1/T$$

$$\mathbf{w = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f}$$

$$\Delta s = \Delta\varphi \, . \, R$$

$$v = \omega \, . \, R$$

3 - Aceleração no M.C.U.: O movimento circular uniforme é um movimento caracterizado pela variação da direção da velocidade. O módulo da velocidade não varia e a aceleração tangencial é nula. No M.C.U. só existe a aceleração centrípeta (ou normal) que é dada por:

$$a_c = \frac{v^2}{R} \qquad \text{sendo } v = \omega R \qquad a_c = \frac{\omega^2 R^2}{R} \quad \Rightarrow \quad a_c = \omega^2 . R$$

<u>EXEMPLO 2</u>: Um LP gira a 33 rps e tem raio de 15 cm. Um pequeno pedaço de papel é colocado na sua beira e portanto descreve M.C. Pede-se:

a) a freqüência de rotação do papel;
b) o período de rotação do papel;
c) sua velocidade angular;
d) sua velocidade linear;
e) o espaço que ele percorre em 10 s.

Solução: a) $f = 33 \text{ rps} = 33 \text{ Hz}$ $\qquad f = 33 \text{ Hz}$

b) $T = 1 / f = 1 / 33 = 0{,}03 \text{ s}$ $\qquad T = 0{,}03 \text{ s}$

c) $\omega = 2\,\pi f = 2\,\pi . 33 = 66\,\pi$ $\qquad \omega = 66\,\pi \text{ rad/s}$

d) $V = \omega . R = 66\,\pi . 15 = 990\,\pi \text{ cm/s}$ $\qquad V = 990\,\pi \text{ cm/s}$

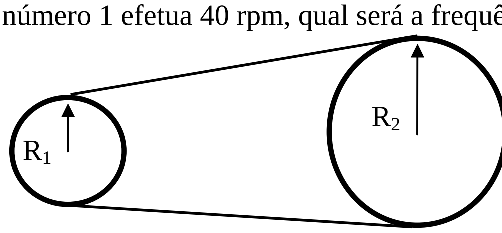
e) $V = \dfrac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow \Delta S = V . \Delta t = 990\,\pi . 10 = 9\,900\pi \Rightarrow \Delta S = 9\,900\,\pi \text{ cm} \cong 311 \text{ m}$

<u>EXEMPLO 3</u>: Uma outra unidade de frequência muito usada é rpm (rotação por minuto). Se um motor a gasolina gira a 3000 rpm, qual a sua velocidade angular?

Solução: $f = 3\,000 \text{ rpm}$

$\omega = 2\,\pi\, f = 2\,\pi . 3\,000 = 6\,000\,\pi \Rightarrow \omega = 6\,000\,\pi \text{ rad/min}$

<u>EXEMPLO 4</u>: Duas polias são ligadas por uma correia como mostra a figura abaixo. As polias têm raios R_1 = 10 cm e R_2=20 cm. Se a polia número 1 efetua 40 rpm, qual será a frequência da segunda?



Solução: Sejam V_1 e V_2 as velocidades dos pontos das extremidades das polias 1 e 2.
Como as polias estão ligadas por uma correia, temos:

$V_1 = V_2 \Rightarrow \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2 \Rightarrow 2\,\pi f_1 R_1 = 2\,\pi f_2 R_2 \Rightarrow f_1 R_1 = f_2 R_2$

$40 . 10 = f_2 . 20 \Rightarrow \underline{f_2 = 20 \text{ rpm}}$

<u>EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM</u>:

2) Qual a velocidade escalar periférica de uma polia de 30 cm de raio e que está girando a 100 rpm?
Resp. 2) π m/s

3) O tronco vertical de um eucalipto é cortado rente ao solo e cai, em 5 segundos, num terreno plano e horizontal, sem se desligar por completo de sua base.
a) Qual a velocidade angular média do tronco durante a queda?
b) Qual a velocidade escalar média de um ponto a 10 m da base?
Resp. 3) a) $\pi/10$ m/s b) π m/s

4) Dois corredores competem numa pista perfeitamente circular. O corredor A foi sorteado para a raia interna e o B, para a externa. Se ambos conseguem fazer o percurso no mesmo tempo, pode-se afirmar que as velocidades lineares médias V_A e V_B e as velocidades angulares médias ω_A e ω_B dos corredores guardam, respectivamente, as seguintes relações:
a) $V_A > V_B$ e $\omega_A > \omega_B$
b) $V_A < V_B$ e $\omega_A = \omega_B$
c) $V_A = V_B$ e $\omega_A < \omega_B$
d) $V_A = V_B$ e $\omega_A > \omega_B$
e) $V_A = V_B$ e $\omega_A = \omega_B$

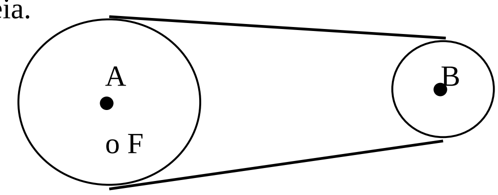
5) Uma partícula incide horizontalmente, com velocidade $v = 200$ m/s , sobre um cilindro colocado na vertical e cujo raio é $\pi / 10$ m . O cilindro possui um orifício por onde a partícula penetra. Determine o menor valor da velocidade angular do cilindro para que a partícula saia do cilindro pelo mesmo orifício pelo qual penetrou. A ação da gravidade sobre a partícula pode ser desconsiderada no caso.

6) Uma partícula executa um MCU de 1 m de raio com aceleração de 0,25 m/s^2 . Determine para esse movimento:

a) A velocidade escalar;
b) A velocidade angular;
c) O período.

7) Duas polias de centros A e B e raios R_A e R_B estão ligadas por uma correia. Na polia A existe um furo F e observa-se que durante o movimento do sistema o furo executa movimento periódico de período T . Pede-se:
a) As velocidades angulares das duas polias;
b) a velocidade escalar da correia.

Dados: $T = 0{,}02$ s
$R_A = 20$ cm
$R_B = 5$ cm



4 - Movimento Circular Uniformemente Variado (MCUV) :

Dá-se o nome de movimento circular uniformemente variado (MCUV) àquele que apresenta aceleração angular constante e diferente de zero.

$$\text{MCUV} \Leftrightarrow \alpha = \text{cte} \neq 0$$

Seja $V = \omega \cdot R$
$V_0 = \omega_0 \cdot R$

$V - V_0 = (\omega - \omega_0) \cdot R \quad \Rightarrow \quad \Delta V = \Delta\omega \cdot R$

e então $\gamma = \dfrac{\Delta V}{\Delta t} = \dfrac{\Delta\omega \cdot R}{\Delta t} = \alpha \cdot R \qquad \gamma = \alpha \cdot R$

No próximo exemplo você irá perceber como surge a equação horária de um MCUV.

<u>EXEMPLO 5</u>: Um ponto realiza MCUV e tem sua velocidade angular variada de 20 rad/s para 40 rad/s em 10 s. Qual o número de revoluções que ele realizou?

Resolução: Para o MUV temos: $S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2} \gamma t^2$

Dividindo toda a expressão por R, temos:

$$\frac{S}{R} = \frac{S_0}{R} + \frac{v_0 t}{R} + \frac{1}{2}\frac{\gamma t^2}{R}$$

mas: $S/R = \varphi \quad S_0 / R = \varphi_0$

$V_0 / R = \omega_0 \quad \gamma / R = \alpha$

logo : $\boxed{\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2}$ *(1)*

Que é a função horária para o MCUV. De modo equivalente podemos mostrar que:

$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$ *(equação da velocidade angular)*

$\omega^2 = \omega_0^2 + 2 \alpha \Delta t$ *(equação de Torricelli para MCUV)*

De (1) tiramos que: $\Delta\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$ *onde* $\alpha = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{40 - 20}{10} = \dfrac{20}{10} = 2 \qquad \alpha = 2 \text{ rad/s}^2$

logo: $\Delta\varphi = 20 \times 10 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2 \quad \Rightarrow \quad \underline{\Delta\varphi = 300 \text{ rad}}$

1 volta —— 2π *rad*
n voltas —— *300 rad*

$2 \pi n = 300 \quad \Rightarrow \quad n = 300 / 2\pi \quad \underline{n = 47{,}7 \text{ voltas}}$

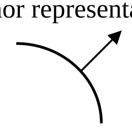
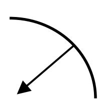
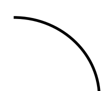
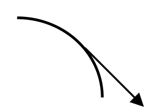
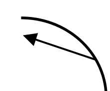
8) Um motociclista está correndo numa pista circular de 2,5 . 10^2 m de raio. Em determinado instante, a velocidade do motociclista é 35 m/s , e esta velocidade está crescendo de 2 m/s a cada segundo. Qual é o módulo da aceleração do motociclista, no instante considerado?
a) 2 m/s^2 b) 17,5 m/s^2 c) 5,3 m/s^2 d) 6,9 m/s^2 e) n.r.a.

9) Um disco de 20 cm de raio gira com velocidade angular de 1,0 rad/s , em torno de um eixo vertical que passa por seu centro. Em determinado instante, começa a ser acelerado com uma aceleração angular constante de 10 rad/s^2. Meio segundo após o início da aceleração, qual será o módulo do vetor aceleração de um ponto da periferia do disco?

<u>Exercícios de Fixação</u>:

10) Assinale com V as afirmações verdadeiras e com F as afirmações falsas:
( ) 1. O vetor posição caracteriza perfeitamente a posição de um ponto em relação a um referencial.
( ) 2. O vetor deslocamento tem módulo sempre mentor que o deslocamento escalar.
( ) 3. A velocidade vetorial média tem direção tangente à trajetória.
( ) 4. O módulo da velocidade vetorial instantânea é igual ao módulo da velocidade escalar para o mesmo ponto material.
( ) 5. A componente tangencial do vetor aceleração mede a variação do módulo do vetor velocidade.
( ) 6. O movimento circular e uniforme é desprovido de aceleração.
( ) 7. No movimento circular e uniforme a frequência é constante.
( ) 8. A frequência é inversamente proporcional ao quadrado do período.
( ) 9. Todo móvel que realiza um movimento circular está sujeito a uma aceleração.
( ) 10. No MCU a velocidade é variável.
( ) 11. No MCUV existem três acelerações.
( ) 12. O módulo da aceleração normal varia com o tempo no MCUV.

11) Na pergunta a seguir escolha uma entre as 5 opções apresentadas, nas quais a linha curva representa um trecho da estrada, vista de cima, e as setas indicam o módulo, a direção e o sentido de vetores. O automóvel se desloca da esquerda para a direita da figura. Se o velocímetro indica nesta curva um valor constante (60 Km/h) , qual das figuras melhor representa a velocidade do automóvel?

a)  b)  c)  d)  e) 

12) Considere as afirmativas:
I - O módulo do vetor velocidade é igual ao módulo da velocidade escalar.
II - O módulo do vetor aceleração é igual ao módulo da aceleração escalar.
III - O módulo da aceleração tangencial é igual ao módulo da aceleração escalar.
IV - A direção do vetor velocidade é sempre tangente à trajetória.
V - A direção do vetor aceleração é sempre perpendicular à trajetória.

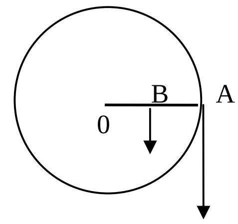
São erradas: a) I e IV b) III e V c) II e IV d) I e III e) II e V

13) Num movimento circular e uniforme podemos dizer que a aceleração centrípeta é dada pela:
a) variação da velocidade escalar no tempo.
b) aceleração vetorial média em uma volta.
c) variação da velocidade vetorial no tempo.
d) n.r.a.

14) Para um corpo de massa m que descreve um movimento circular de raio R:
a) a aceleração centrípeta é maior que a aceleração tangencial.
b) a velocidade vetorial varia com o tempo, do mesmo modo que a velocidade escalar.
c) a velocidade vetorial está sempre na direção da aceleração centrípeta.
d) n.r.a.

15) Duas bolas A e B giram em movimento circular uniforme presas nos extremos de duas cordas de comprimentos respectivamente iguais a 2 m e 4 m . Sabendo que elas giram com a mesma velocidade tangencial, podemos dizer que num mesmo intervalo de tempo:
a) a bola A dá mais voltas que a bola B.
b) a bola B dá mais voltas que a bola A.
c) ambas as bolas darão o mesmo número de voltas.
d) não há dados para julgar.

O esquema representa uma polia que gira em torno de um eixo. A velocidade do ponto A é 50 cm/s e a do ponto B é 10 cm/s. A distância AB vale 20 cm. Este enunciado refere-se aos exercícios 44 e 45 :

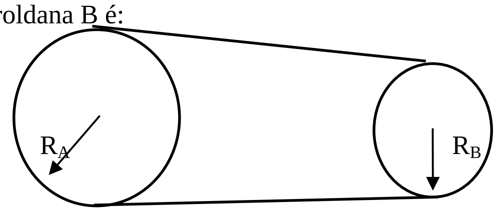


16) A velocidade angular da polia vale:
a) 2 rad/s b) 5 rad/s c) 10 rad/s d) 20 rad/s e) 50 rad/s

17) O diâmetro da polia vale:
a) 20 cm b) 50 cm c) 75 cm d) 100 cm e) 150 cm

18) A figura seguinte representa uma correia passando pelas roldanas A e B. Sabendo que $R_A = 2\ R_B$, a velocidade angular da roldana A em relação à da roldana B é:

a) $\omega_A = 4\ \omega_B$
b) $\omega_A = 2\ \omega_B$
c) $\omega_A = \omega_B$
d) $\omega_A = \omega_B\ /\ 2$
e) $\omega_A = \omega_B\ /\ 4$



19) Um corpo realiza um MCU com velocidade angular de 50 rad / s e raio de trajetória igual a 2 metros. Determine o módulo da aceleração centrípeta desse corpo.

20) Duas polias estão ligadas entre si por uma correia. O raio de uma delas é 20 cm e o da outra é 10 cm. Se a polia de raio maior efetua 25 rpm, determine a frequência de rotação da outra polia e a velocidade linear de um ponto da sua periferia.

Gabarito:
Movimento Circular

1) a) $20\sqrt{2}$ s b) 4 000 m
c) 16 000 m
2) π m/s
3) a) $\pi/10$ m/s b) π m/s
4) b 5) 1 000 rad/s
6 a) 0,5 m/s b) 0,5 rad/s
c) 4π s
7) $\omega_A = 100\pi$ rad/s
$\omega_B = 400\pi$ rad/s
V = 2 000 π cm/s

8) c 9) a $\cong$ 7,5 m/s^2
10) 1.V 2.F 3.F 4.V 5.V 6.F
7.V 8.F 9.V 10.V 11.F
12.V
11) d 12) e 13) c 14) d
15) a 16) a 17) b 18) d
19) 5 000 m/s^2
20) 50 rpm e 100 π / 6 cm/s

Referência: Para disponibilizar este texto utilizei
como fonte a página: http://sites.uol.com.br/helderjf
Elaborada pelo *Prof. Hélder Matos de Medeiros*