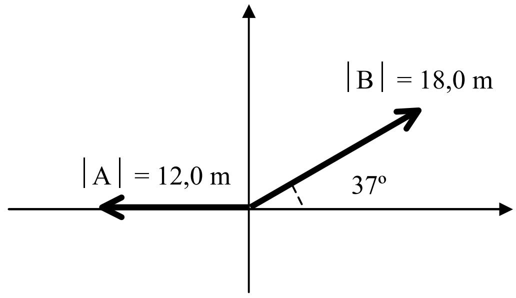
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

Disciplina de Física I Prof. *Nelson Elias*

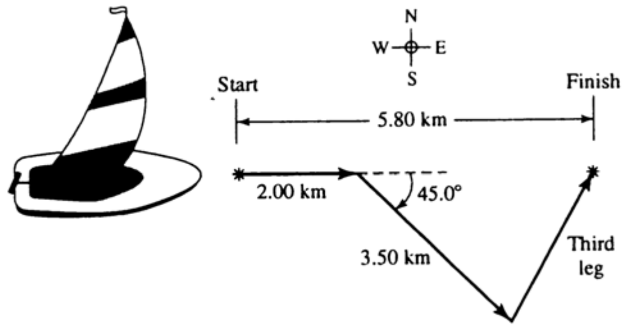
7º Lista de Exercícios: Cap. 3 Vetores - Exercícios Adicionais

Nome: ____ Turma: _________ Data: _____/_____/______.

1) Para os vetores A e B indicados na figura determine módulo direção e sentido da : a) a soma vetorial A + B; b) a diferença vetorial A – B; c) – A – B; d) B – A e e) escreva os vetores A e B em termos dos vetores unitários.



2) Uma velejadora encontra ventos que impelem seu pequeno barco à vela. Ela veleja 2,00 km de oeste para leste, a seguir 3,5 km para sudeste e depois uma certa distância em direção desconhecida. No final do trajeto ela se encontra a 5,8 km diretamente a leste do seu ponto de partida conforme a figura abaixo. Determine o módulo a direção e o sentido do terceiro vetor deslocamento.

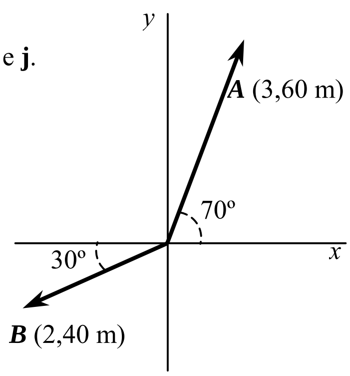


3) a) Escreva cada vetor indicado na figura ao lado em termos de vetores unitários **i** e **j**.

b) Use os vetores unitários para escrever o vetor ***C***, onde C = 3,0***A*** **-** 4,0***B***.

c) Determine o módulo a direção e o sentido do vetor ***C***.

4) Para os vetores ***A*** e ***B*** da figura ao lado determine o produto escalar ***A.B***.



5) Quando dois vetores A e B são desenhados a partir de um mesmo ponto, e considerando que o ângulo entre eles é ϕ. Usando o produto escalar entre vetores mostre que o módulo da soma destes vetores é dada por:

$$|A+B| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\phi}$$ Lei dos co-senos

6) Determine o ângulo entre os vetores:

a) **A** = -2,0 **i** + 6,0 **j** e **B** = 2,0 **i** - 3,0 **j**

b) **A** = 3,0 **i** + 5,0 **j** e **B** = 10,0 **i** + 6,0 **j**

c) **A** = -4,0 **i** + 2,0 **j** e **B** = 7,0 **i** + 14,0 **j**

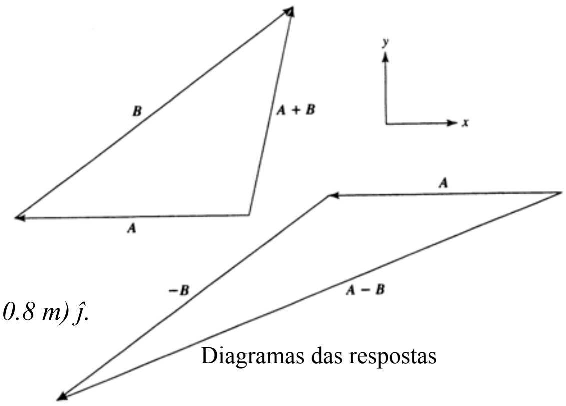
7) Dois vetores têm módulos iguais a **v** e formam entre si um ângulo de 120º. A resultante entre eles tem módulo:

a) v b) 2v c) 3v d) v/2

8) Um homem nadando em um rio paralelamente às suas margens, vai de um marco P a outro Q em 30 minutos e volta para P em 15 minutos. Se a velocidade da correnteza é de 1Km/h, qual a distância entre P e Q?

Respostas dos exercícios da lista 05.

Resp.: 1) a) 11.1 m $\theta = 77.6^o$ b) 28.5 m $\theta = 202^o$
c) 11.1 m $\theta = 258^o$ d) 28.5 m $\theta = 22^o$



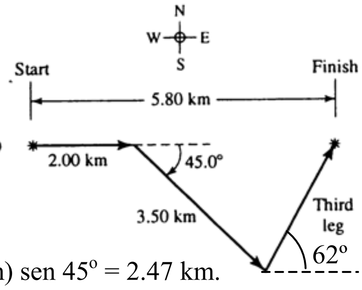
Diagramas das respostas

e) $\vec{A}$ = (-12.0 m) $\hat{\imath}$. Mais precisamente ,

$\vec{A}$ = (12.0 m)(cos 180^o) $\hat{\imath}$ + (12.0 m)(sen 180^o) $\hat{\jmath}$.

$\vec{B}$ = *(18.0 m)(cos 37^o)* $\hat{\imath}$ + (18.0 m)(sen 37^o) $\hat{\jmath}$ = (14.4 m) $\hat{\imath}$ + *(10.8 m)* $\hat{\jmath}$.

Resp.: 2) A velejadora, para cumprir a terceira etapa e atingir o ponto de chegada, deve navegar para leste uma distância de 1.33 Km , isto é:



Deslocamentos na direção eixo ***x***:
(5.80 km) – (3.50 km) cos 45^o – (2.00 km) = 1.33 km
e em seguida navegar para a direção norte uma distância de 2.47 Km, isto é: (3.5 km) sen 45^o = 2.47 km.

Portanto, o módulo final de seu deslocamento deve ser de:

$$|R| = \sqrt{(1.33\ km)^2 + (2.47\ km)^2} = 2.81 \text{ km},$$

em um ângulo de tg (2,47/1,33) $\Rightarrow \theta = 62^o$ ao norte relativo a direção leste, ou deslocar os mesmos 2.81 Km mas em um ângulo de $90^o - 62^o = 28^o$ ao leste relativo a direção norte.

Resp.: 3) a) $\vec{A}$ = (3.6 m) cos 70.0^o $\hat{\imath}$ + (3.60 m) sen 70.0^o $\hat{\jmath}$ = (1.23 m) $\hat{\imath}$ + (3.38 m) $\hat{\jmath}$

$\vec{B}$ = -(2.40 m)cos 30.0^o $\hat{\imath}$ - (2.4 m) sen 30.0^o $\hat{\jmath}$ = (-2.08 m) $\hat{\imath}$ + (-1.20 m) $\hat{\jmath}$.

b) $\vec{C}$ = (3.00) $\vec{A}$ – (4.00) $\vec{B}$
= (3.00) (1.23 m) $\hat{\imath}$ + (3.00) (3.38 m) $\hat{\jmath}$ – (4.00) (-2.08 m) $\hat{\imath}$ – (4.00) (-1.20 m) $\hat{\jmath}$ = (12.01 m) $\hat{\imath}$ + (14.94 m) $\hat{\jmath}$

c) O módulo de ***C*** será: $C = \sqrt{(12.01\ m)^2 + (14.94\ m)^2}$ = 19.17 m,
arctan (14,94/12,01) = $\theta = 51.2^o$.

Resp.: 4) O ângulo entre os vetores é: $210^o - 70^o = 140^o$, portanto da Eq. (3-20) da pág. 39 do Halliday 6º ed, temos:

$\vec{A} \cdot \vec{B}$ = (3.60 m) (2.40 m) cos 140^o = -6.62 m^2.

Ou, usando a equação (3-23) da pág. 40 do Halliday 6º ed. Temos

$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B^y$ = (3.60 m) cos 70^o (2.4 m) cos 210^o + (3.6 m) sen 70^o (2.4 m) sen 210^o

A.B = -6.62 m^2.

Resp.: 5) Esta é a lei dos co-senos para a qual existem muitas formas de dedução. A forma mais direta de dedução é através da álgebra vetorial. Lembrando que podemos usar $|A|^2 = A^2 = A.A$. Usando o produto escalar de forma a demonstrar que o quadrado do módulo da soma de dois vetores $\vec{A} + \vec{B}$ é:

$$\left(\vec{A} + \vec{B}\right)\cdot\left(\vec{A} + \vec{B}\right) = \vec{A}\cdot\vec{A} + \vec{A}\cdot\vec{B} + \vec{B}\cdot\vec{A} + \vec{B}\cdot\vec{B}$$

$$= \vec{A}\cdot\vec{A} + \vec{B}\cdot\vec{B} + 2\,\vec{A}\cdot\vec{B}$$

$$= A^2 + B^2 + 2\vec{A}\cdot\vec{B}$$

$$\left|\left(\vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}\right)\right|^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\phi$$

Resp.: 6) Para todos esses pares de vetores, o ângulo θ é encontrado combinando-se as Equações (3-20) e (3-23) do livro do Halliday 6ºed. Isto é:

$$\boldsymbol{\theta = arccos\left(\frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|A||B|}\right) = arccos\left(\frac{A_x B_x + A_y B_y}{|A||B|}\right).}$$

Nos cálculos intermediários apresentados aqui, os algarismos significativos nos produtos escalares e nos módulos dos vetores foram suprimidos.

a) $\vec{A}\cdot\vec{B} = -22,\ A = \sqrt{40},\ B = \sqrt{13},$ então $\boldsymbol{\theta = arccos\left(\frac{-22}{\sqrt{40}\ \sqrt{13}}\right)}$ = 165º.

b) $\vec{A}\cdot\vec{B} = 60,\ A = \sqrt{34},\ B = \sqrt{136},$ θ= arccos $\left(\frac{60}{\sqrt{34}\sqrt{136}}\right)$ = 28º.

c) $\boldsymbol{\vec{A}\cdot\vec{B} = 0,\ \theta = 90.}$

Resp.: 7) a) v

Resp.: 8) 0,5 h = X/(v_h – 1km/h) e 0,25 h = X/(v_h + 1 km/h)
logo v_{homem} = 3 km/h e a distância entre P e Q será de X = 1 km

Procure acessar os sites abaixo relacionados para complementar seu estudo sobre vetores.

http://www.fisica.ufpb.br/~romero/port/notas_de_aula.htm

http://www.fisica.ufpb.br/prolicen/Cursos/Curso1/cv13pi.html

http://www.fsc.ufsc.br/~ccf/parcerias/ntnujava/vector/vector.html